

Лекция 2. Силы в природе. Сила упругости.
Упругие свойства костной ткани

2.1. Виды фундаментальных взаимодействий:

1. Гравитационное

- Присуще всем материальным объектам.
- Определяется наличием у тел массы
- Подчиняется закону всемирного тяготения Ньютона
- Имеет неограниченный радиус действия. В области микромира роль гравитационного взаимодействия ничтожно мала.

2. Слабое

- Приводит к определенному виду неустойчивости элементарных частиц.
- Имеет ограниченный радиус действия
- Существенно только в области микромира.

3. Электромагнитное

- Возникает между телами, имеющими электрический заряд.
- Две составляющие: электрическая и магнитная.
- Неограниченный радиус действия.
- Образование атомов, молекул, макроскопических тел.

4. Ядерное или сильное взаимодействие

- Имеет конечный ($\sim 10^{-15}$ м) радиус действия
- Существенно только в микромире.

Если условно принять интенсивность сильного взаимодействия за 1, то интенсивность электромагнитного взаимодействия будет 10^{-2} , слабого взаимодействия 10^{-13} , а гравитационного 10^{-40} .

Силы

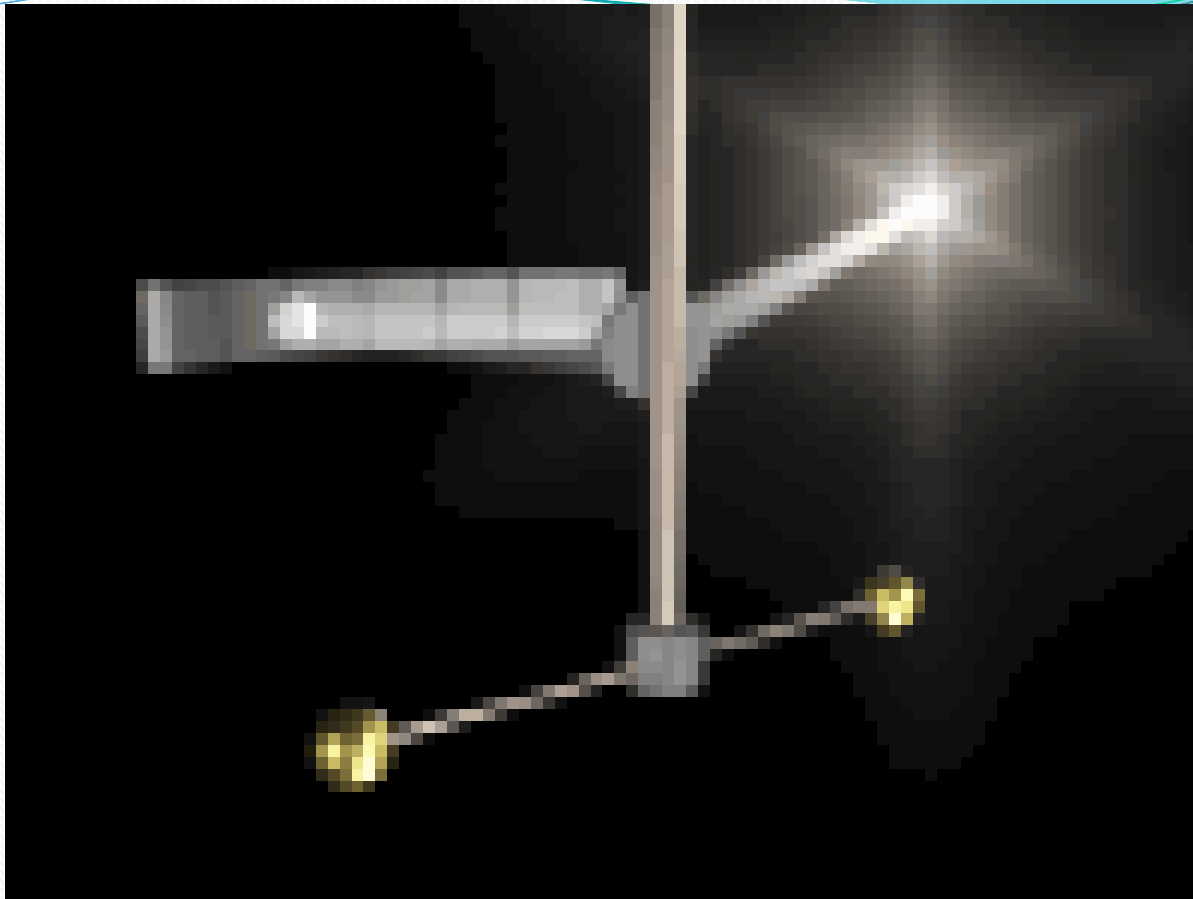
- Силы трения
- Силы тяготения (гравитационные силы)
- Силы тяжести (вес тела)
- Силы упругости

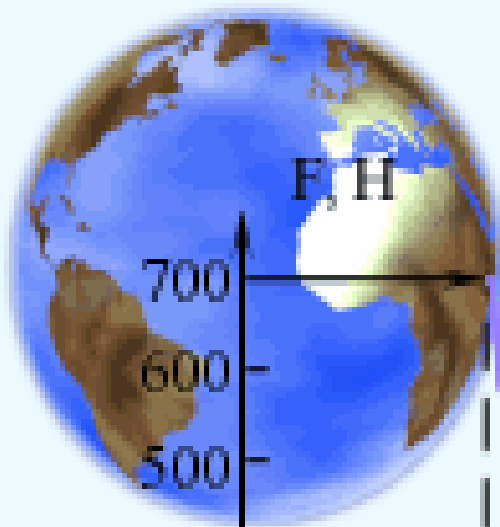
Гравитационные и электромагнитные силы нельзя свести к другим, более простым силам, поэтому их называют **фундаментальными**.

Законы фундаментальных сил просты и выражаются точными формулами. Для примера можно привести формулу гравитационной силы взаимодействия двух материальных точек, имеющих массы m_1 и m_2 :

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

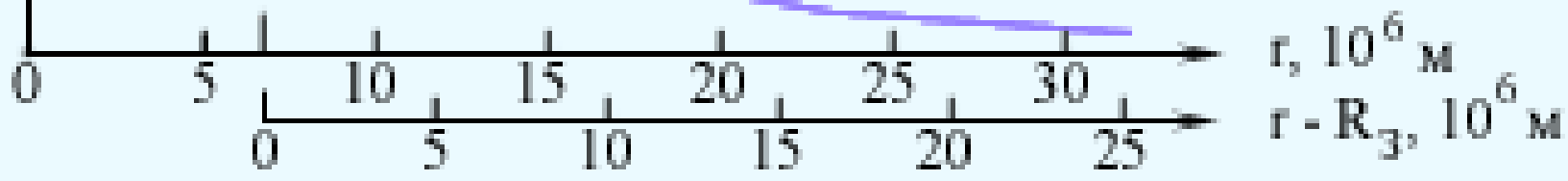
где r – расстояние между точками, γ – гравитационная постоянная.





$$r = R_3 = 6,38 \cdot 10^6 \text{ M}$$

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2}$$



В качестве второго примера можно привести формулу для определения силы электростатического взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2

$$F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где k_0 – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц. Как видно, формулы для фундаментальных сил являются простыми и точными. Для других сил, например, для упругих сил и сил трения можно получить лишь приближенные, эмпирические формулы.

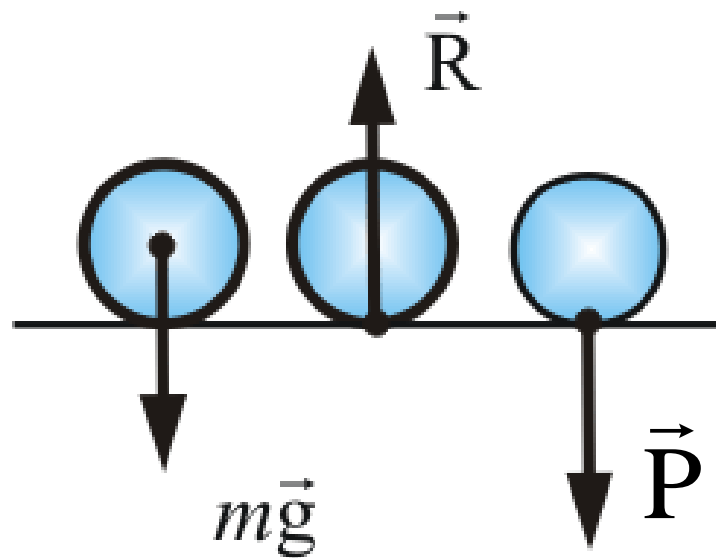
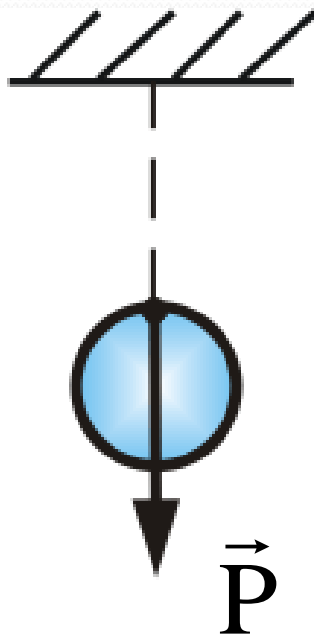
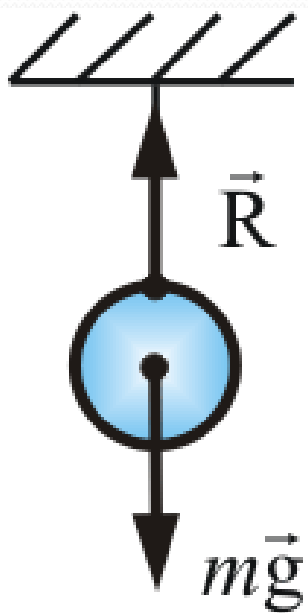
Одна из фундаментальных сил – сила гравитации проявляется на Земле в виде **силы тяготения** – сила, с которой все тела притягиваются к Земле.

Вблизи поверхности Земли все тела падают с одинаковым ускорением – ускорением свободного падения g , (вспомним школьный опыт – «трубка Ньютона»). Отсюда вытекает, что в системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело действует сила тяжести

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

Если подвесить тело или положить его на опору, то **сила тяжести** уравнивается силой, которую называют **реакцией опоры или подвеса**

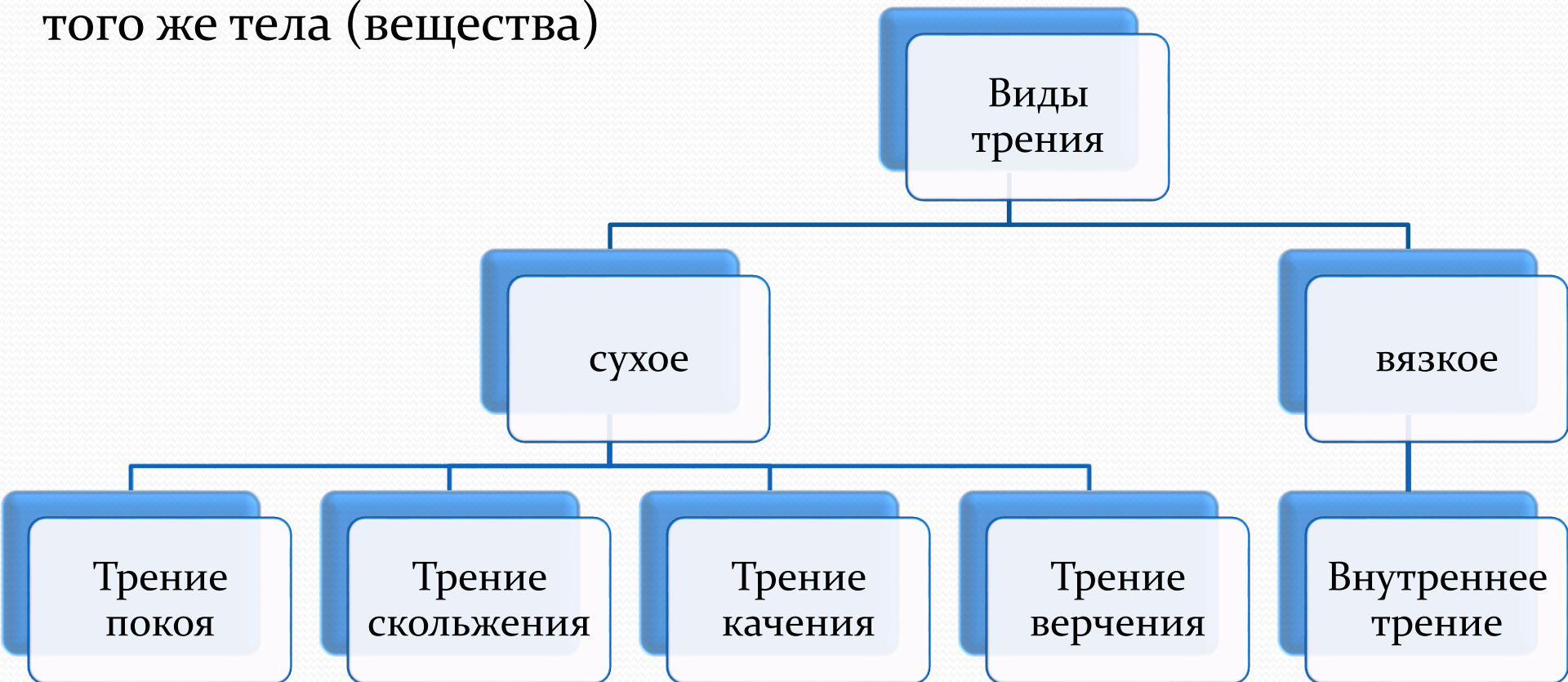
$$\vec{R} \text{ или } \vec{N}$$

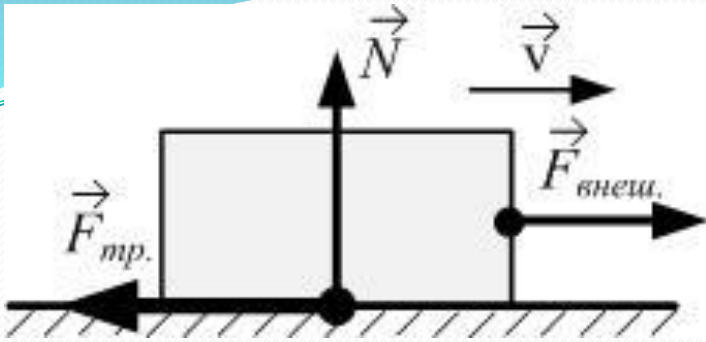


Опр. Сила трения - сила, возникающая при соприкосновении двух тел (веществ) в следствии их шероховатости

Опр. Внешнее трение – трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении

Опр. Внутренне трение – трение между частями одного и того же тела (вещества)





Закон трения:

сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления, с которой одно тело действует на другое

$$F_{тр.} = \mu N$$

Закон трения скольжения (для гладких поверхностей)

$$F_{тр.} = \mu(N + Sp_0)$$

где p_0 - добавочное давление, обусловленное силами межмолекулярного притяжения, которые быстро уменьшаются с увеличением расстояния между частицами;
 S - площадь контакта поверхностей

Установлено, что **максимальная сила трения покоя** не зависит от площади соприкосновения тел и приблизительно **пропорциональна модулю силы нормального давления N**

$$F = \mu N,$$

μ_0 – коэффициент трения покоя – зависит от природы и состояния трущихся поверхностей.

Аналогично и **для силы трения скольжения**:

$$F_{\text{тр.}} = \mu N$$

Трение качения возникает между шарообразным телом и поверхностью, по которой оно **катится**. Сила трения качения подчиняется тем же законам, что и скольжения, но коэффициент трения μ здесь значительно меньше.

Под действием внешних сил возникают **деформации** (т.е. изменение размеров и формы) тел.

Опр. Деформация – физическое явление, при котором наблюдается изменение формы, размеров тел при наличии внешних воздействий

Опр. Упругая деформация – деформация, при которой после прекращения действия внешних сил восстанавливаются прежние форма и размеры тела

Опр. Сила упругости – сила, возникающая при деформации тел

Опр. Абсолютное удлинение – ф.в., характеризующая изменение размеров тел при деформации относительно их первоначальных размеров

$$\Delta l = |l_2 - l_1|$$

$$\Delta l = [м]$$

Опр. Относительно удлинение – ф.в., характеризующая величину изменения размеров тел при деформации, выраженная в процентах

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100\%$$

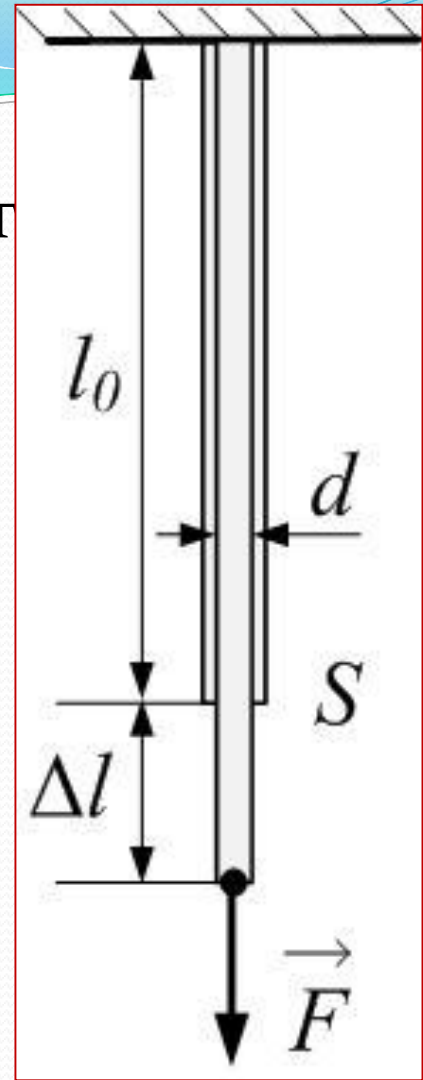
Опр. Механическое напряжение – ф.в., характеризующая величину действия силы на площадь поперечного сечения деформируемого тела.

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{dF}{dS} \quad \sigma = \left[\frac{H}{m^2} \right]$$

Закон Р. Гука в локальной форме

где E – модуль Юнга | $\sigma = E \cdot \varepsilon$

Опр. Модуль Юнга – ф.в., характеризующая механическое напряжение, вызывающее относительное удлинение равное единице.



Установим взаимосвязь силы, вызывающей деформацию тела и характеристик самого тела (размеров, вещества и т.п.)

$$F = \sigma \cdot S = E \cdot \varepsilon \cdot S = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \cdot S = \frac{ES}{l} \Delta l = k \cdot \Delta l$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

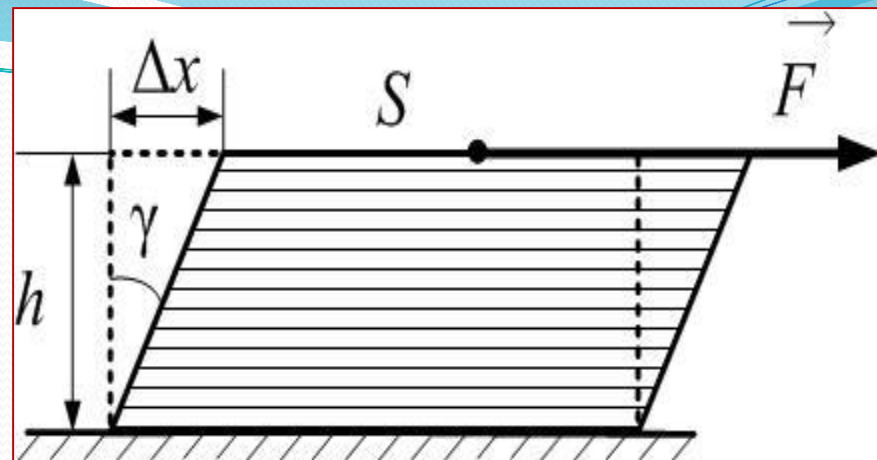
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Закон Р. Гука для деформации растяжения и сжатия

$$F = -k \cdot \Delta l$$

где $k = \frac{ES}{l}$ - коэффициент упругости (жесткость)

Опр. Деформация сдвига – деформация, при которой наблюдается смещение слоев тела относительно друг друга под внешним воздействием



Тангенсальное (касательное напряжение)

$$\tau = \frac{dF}{dS} \qquad \tau = G \cdot \gamma$$

Закон Р. Гука для деформации сдвига:

где $G = \frac{E}{2(1 + K_{\text{П}})}$ - модуль сдвига,

$K_{\text{П}} = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}$ - коэффициент Пуассона

Экспериментальная зависимость механического напряжения от относительной продольной деформации

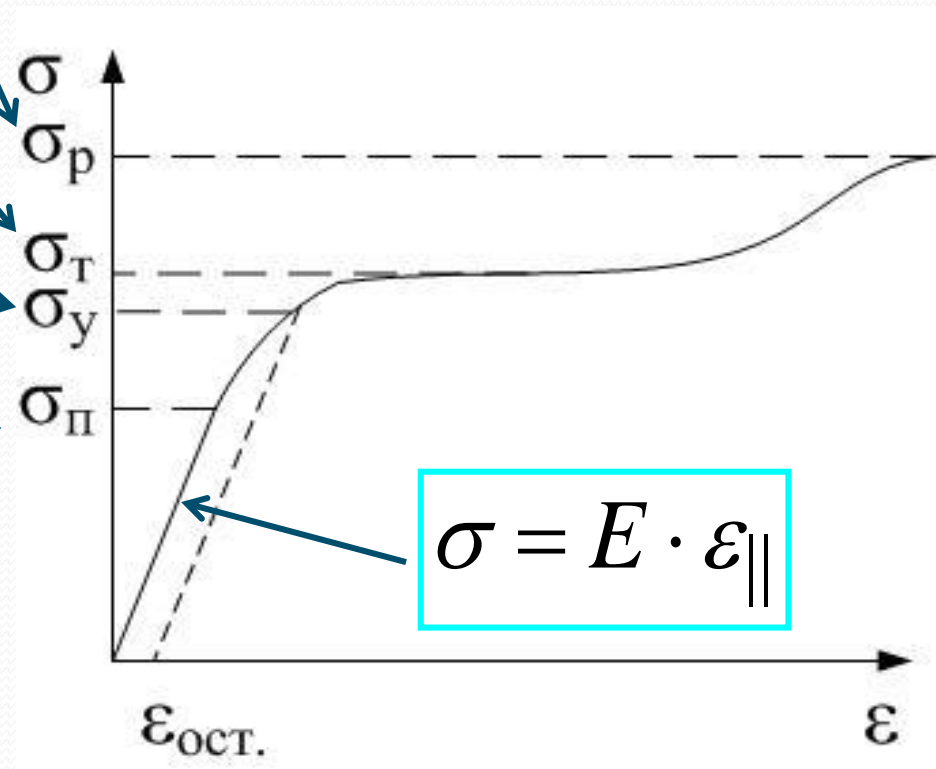
Пределы:

Прочности

Текучести

Упругости

Пропорциональности



Опр. Упругая деформация - деформация, при которой тело после снятия нагрузки возвращается к первоначальным размерам и форме (можно пренебречь остаточной деформацией).

Опр. Пластичная деформация - деформация, при которой тело после снятия нагрузки изменяет форму и размеры

Опр. Прочность деформируемого тела - способность тела сопротивляться разрушению при действии внешних сил.

Опр. Предел прочности материала - напряжение в материале при различных видах деформации, соответствующее максимальному (до разрушения образца) значению нагрузки

Опр. Разрушающее напряжение - отношение нагрузки, необходимой для полного разрушения образца, к его поперечному сечению в месте разрушения.

Механические свойства биологических тканей:

1) Большинство этих тканей **анизотропно**, что связано, прежде всего, с определенным порядком в расположении строящих ее структурных элементов.

Опр. Анизотропия – ф.я., при котором физические свойства вещества проявляются по-разному в различных направлениях

2) Почти все биоткани обнаруживают при деформировании характерные временные эффекты:

а) при **фиксированной деформации** происходит **релаксация** (спад) напряжения;

б) при **фиксированной нагрузке (напряжении)** рост деформации во времени;

в) при **циклическом нагружении** колебания напряжений и деформаций различаются по фазе;

г) механические характеристики тканей часто зависят от скорости деформации.

3) Зависимостям напряжения от деформации при нагрузке и разгрузке соответствуют разные кривые, формируется так называемая "петля гистерезиса"

Вывод: Биологическая ткань проявляет вязкоупругие свойства

Что значит «вязкоупругие свойства»?

Работа внешних сил может **запасаться** в единице объема среды в виде потенциальной энергии деформации (объемная плотность упругой энергии или удельная энергия упругой деформации W).

Работа внешних сил может **необратимо рассеиваться** (**диссипировать**), расходуясь на преодоление сил внутреннего трения и переходя в тепло. Этот процесс характеризуется интенсивностью диссипации D в единице объема среды в единицу времени.

1. Если при деформации $W \neq 0$, а $D = 0$, среда называется **упругой**, при деформировании такой среды диссипация внешней работы отсутствует, и вся запасенная энергия при разгрузке тела переходит в работу по восстановлению формы и размеров образца.
2. Если же $W = 0$, $D \neq 0$, среда называется **вязкой**, при ее деформировании вся внешняя работа диссипирует (превращается в тепло). После снятия нагрузки вязкая среда остается в том же состоянии, в котором она была в момент снятия нагрузки. Все деформации в вязкой среде необратимы.
3. Если $W \neq 0$ и $D \neq 0$, среда называется **вязкоупругой**. При ее деформировании какая-то часть внешней работы диссипирует (т.е. необратимо рассеивается в виде тепла), а остальная запасается в материале в виде энергии упругой деформации. После прекращения действия внешних сил в такой среде происходит упругое восстановление и одновременно с этим диссипация накопленной в ней энергии.

Вязкоупругое поведение костной ткани проявляется в зависимости ее механических характеристик от скорости деформации.

Так, например, при сжатии вдоль продольной оси компактного вещества костной ткани человека модуль упругости меняется от 15,1 ГПа при скорости деформации $0,001 \text{ с}^{-1}$ и до 29,6 ГПа при скорости деформации 300 с^{-1} .

Для компактного вещества кости экспериментально фиксируется явление ползучести с последующим восстановлением после разгрузки. Причем при малых уровнях напряжения ($\sigma_1 / \sigma_{1 \text{ разруш.}} \leq 0,3$) деформация после разгрузки полностью исчезает, при более высоких значениях $\sigma_1 / \sigma_{1 \text{ разруш.}}$ имеют место небольшие остаточные деформации.

После достижения некоторого уровня напряжения в плоскости σ , образуется гистерезисная петля.

Отмеченные временные эффекты в кости, видимо, связаны с собственными вязкоупругими свойствами полимерных молекул коллагена, с неупругостью межклеточного матрикса и с наличием вязкой жидкости в костных канальцах

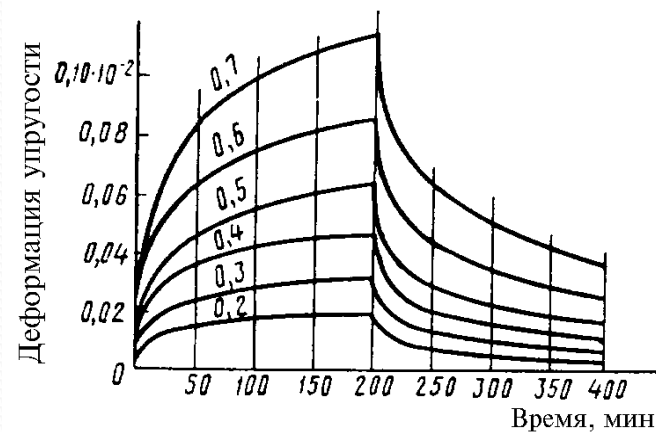


Рис.
Кривые ползучести при относительном напряжении $\sigma_1 / \sigma_{1 \text{ разруш.}}$

1. Костная ткань один из видов соединительной ткани, состоящей из трех видов клеток и обизвествленного межклеточного матрикса. Клетки составляют $\approx 1-2\%$ от всего объема костной ткани, остальной объем занят порами и каналами (для компактной костной ткани пористость составляет 13-18%, для губчатой она выше) и твердой фазой - органическими и минеральными составляющими костных пластинок.

Органическая составляющая (40-50% твердой фазы) представлена коллагеном. Минеральная составляющая (50-60% твердой фазы) - преимущественно кристаллы гидроксилпатита $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$ и других солей кальция.

В пределах пластинки коллаген - минеральные волокна ориентированы в определенном направлении и соединены связующим веществом.

2. Механические свойства кости определяются составом твердой фазы и свойствами ее компонент. В экспериментах можно практически полностью удалить из кости органическую или минеральную составляющую. Форма и размеры образца при этом не меняются, но механические свойства будут разительно отличаться от свойств нормальной кости. Так, кость, лишенная органических веществ, необычайно хрупка, а деминерализованная кость приобретает резиноподобные свойства. Это означает, что костная ткань является прочным конструкционным композитным материалом лишь при определенном сочетании входящих в нее компонентов.

Тип кости	Предел прочности при изгибе (МПа)	Е (ГПа)	Содержание минеральных компонентов, %	Плотность ρ , кг/м ³
Бедренная кость коровы	247	13,5	66,7	2060
Стенка среднего уха кита	33	31,3	86,4	2470

3. При различных видах деформации компактное вещество костной ткани, формирующее среднюю часть трубчатых костей, характеризуется нелинейной зависимостью напряжение - деформация и анизотропией упругих и прочностных свойств. Анизотропия проявляется существенной зависимостью этих свойств от направления нагружения, нелинейность - понижением модуля упругости материала с повышением уровня напряжения, опыты обычно проводятся при статическом нагружении.

Анизотропия разрушающих напряжений больше ориентацией коллаген-минеральных волокон. Макроскопические образцы кости анизотропны из-за упорядоченного расположения остеонов и других структур этого уровня.

4. Значение разрушающих напряжений при сжатии значительно выше, чем при растяжении или кручении. Например, для образцов большеберцовой кости, вырезанных вдоль продольной оси, они составляют в среднем 200 МПа при сжатии вдоль оси, 120 МПа - при растяжении, 90 МПа - при кручении. Эти цифры иллюстрируют известное врачам-ортопедам положение: сжатие - менее опасный вид нагружения, чем растяжение и кручение.